Annexe C

Représentation graphique

C.1 Introduction

En physique, on s'intéresse souvent à l'évolution d'une quantité en fonction d'une autre quantité. Par exemple, l'évolution de la tension aux bornes d'une résistance en fonction du courant qui la traverse, l'allongement d'un ressort en fonction de la force exercée aux extrémitées,...

Pour analyser cette évolution, on effectue des expériences contrôlées où on mesure une variable (ex : la tension U) et où on contrôle les autres variables (ex : l'intensité I). Ces expériences conduisent alors à une série de mesures que l'on reporte dans un tableau :

I (mA)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U (V)	0,55	0,92	1,51	2,15	2,39	2,88	3,62	4,11	4,38	5,12

Table C.1 – Tableau de mesures de la tension U aux bornes d'une résistance en fonction de l'intensité I

A l'aide de ces données brutes, il est difficile d'analyser la réponse du systéme : en utilisant uniquement les données du tableau C.1, pouvez vous proposer une loi reliant la tension à l'intensité ?

La représentation graphique de ces données fournit une aide précieuse à la fois pour l'analyse des données mais aussi pour une modélisation ultérieure (cf. chapitre D "Exploitation graphique"). Ainsi, la représentation des données du tableau C.1 sur un graphique (cf. figure C.1) améne immédiatement à proposer une relation linéaire entre la tension et l'intensité, sous la forme $U = RI$. La méthode pour analyser graphiquement des données sera détaillée au chapitre D. Avant cela, il est nécessaire de s'attarder un peu sur la méthode de représentation graphique des données, afin de produire des graphiques compréhensibles, exploitables et réutilisables (par une personne autre que celle qui a fait le graphique !). C'est un point **particuliérement important pour les comptes rendus de TP**.

C.2 Règles de représentation graphique

Quelques règles simples sont à respecter pour produire un bon graphique scientifique. Celui-ci doit comporter :

- **un titre**
  Le titre décrit le contenu avec éventuellement un numéro de figure associé (ex : "Figure 1 - Tension aux bornes de la résistance en fonction de l'intensité").

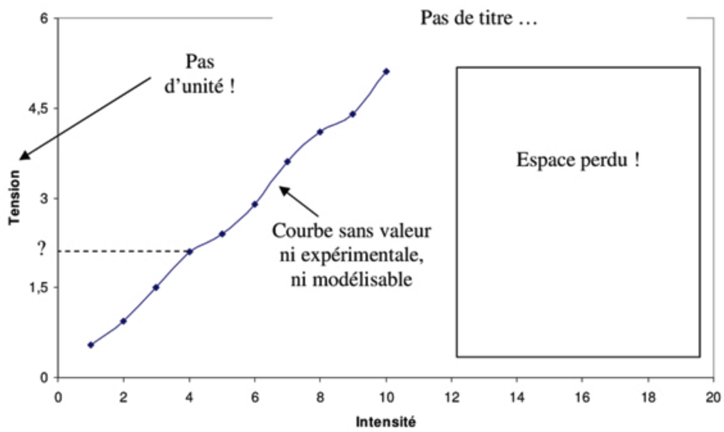
- **des axes** tracés et correctement étalonnés avec **des graduations**
  Les axes sont tracés dans la limite extérieure du quadrillage sauf si la variable prend des valeurs positives et négatives. Les intervalles entre deux graduations doivent être suffisamment espacés. Les graduations doivent être accompagnées de marques et de chiffres qui permettent de les lire. Les premier et dernier chiffres de chaque axe doivent etre choisis pour utiliser le maximum d'espace disponible. La lecture des coordonnées doit être facile, sans aucun calcul ! Pour chaque centimètre, les seules valeurs acceptées sur un axe sont 1,2 et 5 ou tout produit décimal de ces valeurs. Les axes ne sont pas forcément étalonnés de la même façon. On choisit la variable en abscisse sur l'axe le plus long ou le plus court en fonction de ces différentes contraintes. Un graphique doit occuper le plus d'espace possible !

- **le nom des variables** correspondant à chaque axe avec **leur unité**, et le cas échéant, leur symbole.
  Les axes sont identifiés par le nom de la grandeur variable et l'unité est indiquée entre parenthèses (ex : "Tension (V)").

- **des données** clairement représentées, avec, dans le cas de valeurs expérimentales, la **représentation des incertitudes** (cf. chapitre D)
  On choisit la couleur des points et de leur incertitude en fonction de celle du quadrillage.

- **une courbe** régulière qui lisse les données représentées
  Le tracé de la courbe "expérimentale" doit être régulier et non une série de segments reliant chaque point expérimental.
- si besoin, **une légende** permettant d'identifier les différentes courbes représentées
  Si on a plusieurs séries de données, il faut choisir un code graphique avec une légende

Exemple de ce qu'il ne **faut pas** faire :



Exemple de ce qu'il faut faire :

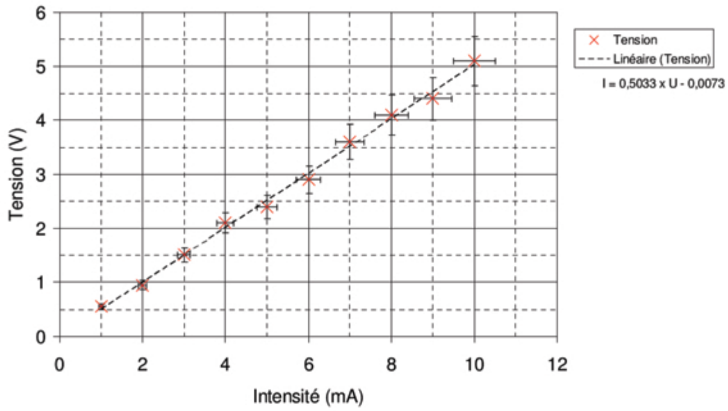


FIGURE C.1 – Tension aux bornes de la résistance en fonction de l'intensité

C.3 Choix du papier : millimètré, semi-log, log-log

C.3.1 Pourquoi ne pas toujours utiliser du papier millimètré ?

Sur du papier millimètré, l'échelle est linéaire : pour représenter un nombre x, on place l'origine sur le papier, on définit une graduation de base représentant 1 unité, et on place le point à une distance $x * 1$ unité de l'origine. Cependant, si on souhaite représenter une grandeur qui varie entre 1 et 1000 (comme par exemple $f(x)$ dans le tableau C.2), le choix d'une échelle linéaire oblige à prendre une graduation de base très grande (typiquement, sur une feuille A4, la longueur de la feuille fait environ 30cm, donc pour pouvoir représenter des valeurs de 1 à 1000, il faut prendre une graduation de 1cm $= 1000/30 = 33,33$). Avec une telle graduation de base, on voit que les 5 premières valeurs du tableau C.2 doivent être placées dans le premier cm. Difficile d'être prècis avec une telle graduation !

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	1,99	3,98	7,93	15,80	31,50	62,80	125,21	249,64	497,70	992,27

TABLE C.2 –

Ainsi, dans ce cas, la représentation graphique avec une échelle linéaire n'est pas la plus adaptée.

De manière plus générale, il est souvent utile d'avoir recours à des représentations sur papier logarithmique (log) ou semi-log, en particulier dans deux cas :

- lorsque les valeurs s'étendent sur plusieurs ordres de grandeur, comme dans l'exemple ci-dessus
- si la fonction à représenter est du type $y = be^{ax}$ ou $y = bx^a$

En effet, dans ce dernier cas, on a :

$$y = be^{ax} \quad \Rightarrow \ln y = ax + \ln b$$
$$y = bx^a \quad \Rightarrow \ln y = a \ln x + \ln b$$

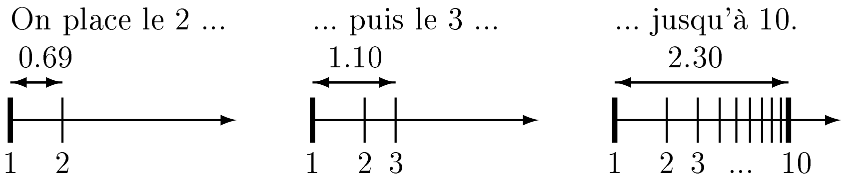
c'est à dire qu'il y a une relation **linéaire** entre $\ln y$ et x ou entre $\ln y$ et $\ln x$. Il est donc beaucoup plus aisé de déterminer les coefficients a et b en utilisant cette relation linéaire puisqu'il suffit alors de faire un calcul de pente et d'ordonnée à l'origine.

A partir des valeurs x et y, on pourrait calculer $\ln x$ et $\ln y$ et les placer sur du papier millimètré, mais ce calcul est superflu car il suffit d'utiliser une **échelle logarithmique**.

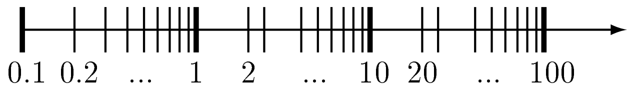
C.3.2 C'est quoi une échelle logarithmique ?

Une échelle logarithmique est construite de la façon suivante : on choisit comme origine $x = 1$, puis pour placer un nombre x', on le place à une distance $\log_b x'$ de l'origine. Pour illustrer cette règle de construction, construisons l'échelle logarithmique associée au logarithme népérien.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\ln x$	0	0,69	1,10	1,39	1,61	1,79	1,95	2,08	2,20	2,30



En procédant de la même façon, on peut étendre l'échelle à gauche et à droite, et on obtient alors :



On peut remarquer que l'écart entre 20 et 10 est le même que celui entre 2 et 1 ou celui entre $0,2$ et $0,1$. Ceci est dû à la propriété suivante du logarithme : $\ln a - \ln b = \ln \frac{a}{b}$. En conséquence, une échelle logarithmique présentera la répétition de l'échelle de base (de 1 à 10) que nous avons construite plus haut. Comme on passe du point le plus à gauche ($x = 1$) à celui le plus à droite ($x = 10$) en multipliant par un facteur 10, on parle de **décade**.

C.3.3 Comment utiliser une échelle logarithmique ?

Pour utiliser une échelle logarithmique, on procéde ainsi :

1. On repère les décades sur le papier log, et on en choisit une qu'on gradue de 1 à 10
2. On gradue les décades supérieures de 10 à 100, puis de 100 à 1000, etc
3. On gradue les décades inférieures de $0,1$ à 1, puis de $0,01$ à $0,1$, etc
4. On place **directement** les valeurs que l'on veut représenter à l'aide des graduations que l'on vient de placer

Pour illustrer ce principe, représentons le tableau de données C.2 sur un papier avec une échelle linéaire en abscisse (pour x) et une échelle logarithmique en ordonnées (pour $f(x)$). On parle dans ce cas de papier semi-logarithmique.

Remarque : si les données ne contiennent pas la valeur 1 (par exemple $y \in [2*10^3, 3*10^6]$, on débutera l'échelle avec la puissance de 10 directement inférieure à la plus petite valeur de y (ici, on débutera l'échelle à 10^3).

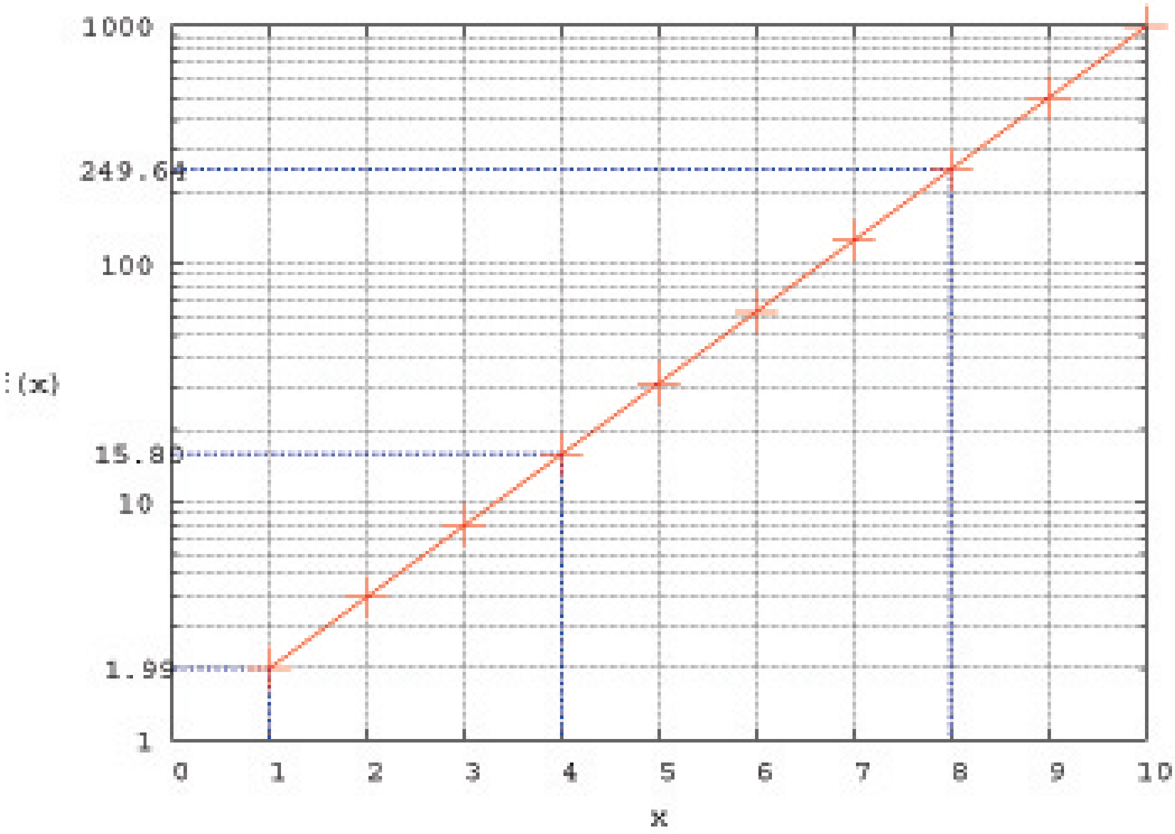


FIGURE C.2 – Représentation avec une échelle linéaire en abscisse et une échelle logarithmique en ordonnée du tableau C.2. Pour illustrer l'utilisation de l'échelle logarithmique, les traits de construction des points (1; 1, 99), (4; 15, 80), (8; 249, 64) sont indiqués en pointillés sur la figure

C.3.4 Papiers "logs"

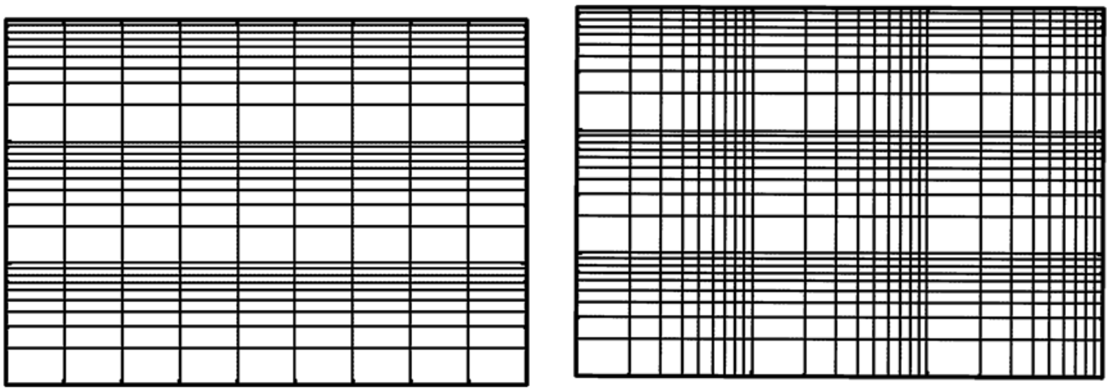
On distingue deux types de papier "log" : le "semi-log" et le "log-log", qui sont illustrés en figure C.3.

On utilisera le papier **semi-log** lorsque seule une variable varie sur plusieurs ordres de grandeur, ou alors lorsqu'on s'attend à une loi du type $y = be^{ax}$.

On utilisera le papier **log-log** lorsque les deux variables varient sur plusieurs ordres de grandeur, ou alors lorsqu'on s'attend à une loi du type $y = bx^a$.

C.4 A retenir

1. Un bon graphique comporte :
   — un titre
   — des axes gradués et labellisés par le nom des variables
   — des données avec leurs incertitudes
   — une courbe approximant les données
   — une légende
2. Bien choisir le papier adapté :
   — **papier semi-log** : loi du type $y = be^{ax}$, ou bien une seule variable varie sur plusieurs ordres de grandeur



(a) (b)

FIGURE C.3 – (a) Un papier avec une échelle linéaire et une échelle logarithmique est dit "semi-log" (b) Un papier avec deux échelles logarithmiques est dit "log-log"

- **papier log-log** : loi du type $y = bx^a$ ou si les deux variables varient sur plusieurs ordres de grandeur
- **papier millimètré** : tous les autres cas